



---

# Matematik A

---

**Terminsprøve 3bsnm MA  
tirsdag d. 17./12. 2024**

# Terminsprøve 3bsnm MA

17. december 2024

Opgavesættet består af

Delprøve 1: 2 timer med den centralt udmeldte formelsamling  
Delprøve 2: 3 timer med alle tilladte hjælpemidler

Delprøve 1 består af opgaverne 1-7  
Delprøve 2 består af opgaverne 8-15

I bedømmelsen af besvarelsen af de enkelte spørgsmål og i helhedsindtrykket vil der blive lagt vægt på, om eksaminandens tankegang fremgår klart af besvarelsen.

I bedømmelsen af helhedsindtrykket af besvarelsen af de enkelte opgaver lægges særlig vægt på følgende fire punkter:

- *Redegørelse og dokumentation for metode*  
Besvarelsen skal indeholde en redegørelse for den anvendte løsningsstrategi med dokumentation i form af et passende antal mellemregninger eller matematiske forklaringer på metoden, når et matematisk værktøjsprogram anvendes.
- *Figurer, grafer og andre illustrationer*  
Besvarelsen skal indeholde hensigtsmæssig brug af figurer, grafer og andre illustrationer, og der skal være tydelige henvisninger til brug af disse i den forklarende tekst.
- *Notation og layout*  
Besvarelsen skal i overensstemmelse med god matematisk skik opstilles med hensigtsmæssig brug af symbolsprog. Hvis der anvendes matematisk notation, der ikke hører til standardviden, skal der redegøres for betydningen.
- *Formidling og forklaring*  
Besvarelsen af rene matematikopgaver skal indeholde en angivelse af givne oplysninger og korte forklaringer knyttet til den anvendte løsningsstrategi beskrevet med brug af almindelig matematisk notation.  
Besvarelsen af opgaver, der omhandler matematiske modeller, skal indeholde en kort præsentation af modellens kontekst, herunder betydning af modellens parametre. De enkelte delspørgsmål skal afsluttes med en præcis konklusion præsenteret i et klart sprog i relation til konteksten.

# Delprøve 1

Kl. 8:00-10:00

**Opgave 1** a) Bestem integralet

$$\int e^x + 4x^3 dx.$$

**Opgave 2** En ellipse er givet ved ligningen

$$\frac{x^2}{169} + \frac{y^2}{81} = 1.$$

- Bestem ellipsens storakse og lilleakse.
- Bestem ellipsens areal.

**Opgave 3** Et andengradspolynomium er givet ved forskriften

$$f(x) = x^2 - 6x + 5$$

- Bestem polynomiets eventuelle rødder.

**Opgave 4** En differentiallygning er givet ved

$$y' = x + y + 5.$$

- Bestem linjeelementet i punktet  $P(0,1)$ .

En funktion  $f$  er givet ved  $f(x) = 7e^x - x - 6$ .

- Undersøg, om  $f$  er en løsning til differentiallygningen ved at **gøre prøve**.

**Opgave 5** a) Løs ligningen  $\sqrt{x} \cdot (4x - 12) = 0$ .

Funktionen  $f$  er givet ved

$$f(x) = \sqrt{x} \cdot (4x - 12).$$

b) Bestem  $f'(x)$ .

**Opgave 6** En funktion  $f$  er bestemt ved

$$f(x) = 6x^2 + \frac{1}{x}, \quad x > 0.$$

a) Bestem en forskrift for den stamfunktion til  $f$ , hvis graf går gennem  $P(1,7)$ .

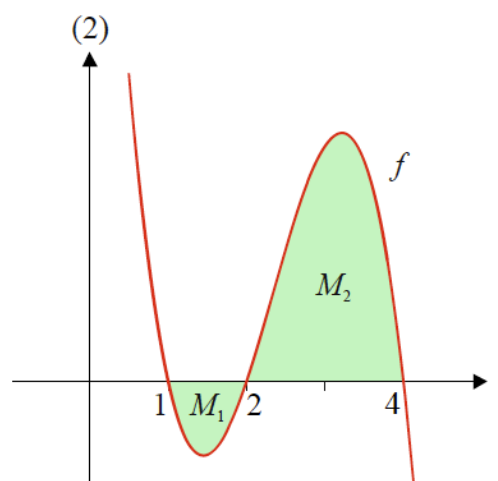
**Opgave 7** På figuren ses grafen for en funktion  $f$ .

Grafen for  $f$  afgrænser sammen med førsteaksen to områder  $M_1$  og  $M_2$ .

Arealet af  $M_1$  er 0,625.

Arealet af  $M_2$  er 4.

a) Bestem  $\int_1^4 f(x) dx$ .



Besvarelsen af delprøve 1 afleveres kl. 10.00

# Delprøve 2

Kl. 8:00-13:00

## Opgave 8

En linje  $l$  går gennem punktet  $P(7,2)$  og har normalvektor  $\vec{n} = \begin{pmatrix} -3 \\ 1 \end{pmatrix}$ .

a) Opskriv en ligning for  $l$ .

En linje  $m$  er bestemt ved ligningen  $-2x + 5y - 3 = 0$ .

b) Bestem den spidse vinkel mellem  $l$  og  $m$ .

## Opgave 9

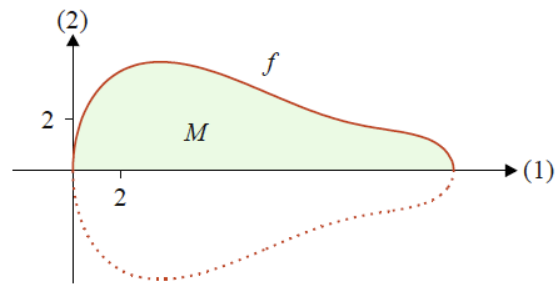
En funktion  $f$  er bestemt ved

$$f(x) = \frac{1}{16} \cdot \sqrt{(16x - x^2) \cdot (x^2 - 24x + 164)} \quad , \quad 0 \leq x \leq 16.$$

a) Løs ligningen  $f(x) = 0$ .



Figur 1



Figur 2

Grafen for  $f$  afgrænser sammen med førsteaksen et område  $M$ .

Figur 1 viser en legetøjskegle. I en model kan legetøjskeglen beskrives ved det omdrejningslegeme, der fremkommer ved, at  $M$  drejes  $360^\circ$  om førsteaksen.

I modellen på figur 2 har begge akser enheden cm.

b) Benyt modellen til at bestemme rumfanget af legetøjskeglen.

### Opgave 10

En cirkelformet dartskeive med radius 22,75 cm hænger på en væg.

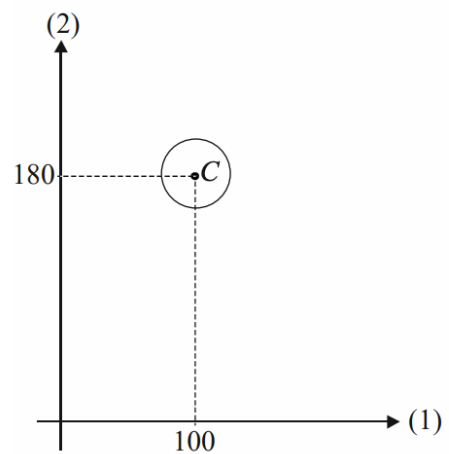
Figuren viser dartskeiven som en cirkel i et koordinatsystem med cm som enhed på begge akser.

Cirklen har centrum i punktet  $C(100,180)$ .

- a) Bestem en ligning for denne cirkel.

En spiller kaster en pil mod dartskeiven. Pilespidsen sætter sig fast på skiven i punktet  $P(104,191)$ .

- b) Bestem afstanden fra centrum af dartskeiven til pilespidsen.



### Opgave 11

En funktion  $f$  er givet ved

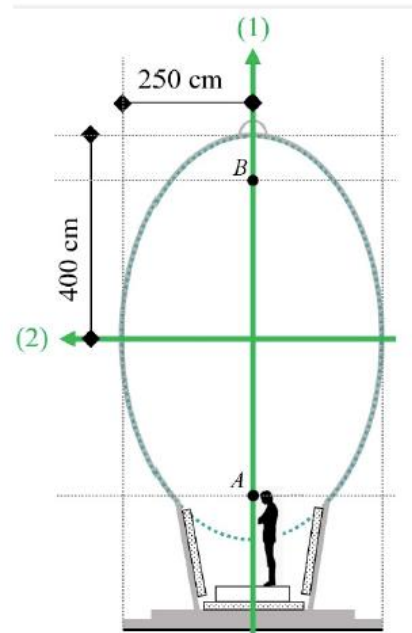
$$f(x) = 9x^2 \cdot \ln(x).$$

- a) Bestem den stamfunktion  $F$  til  $f$ , hvis graf går gennem punktet  $P(1, 10)$ .

## Opgave 12



Figur 1  
Billedkilde: Architectenweb



Figur 2

Billedet på figur 1 viser lydinstallationen "Klankkaatser" i Amsterdam. Installationen har et lodret tværsnit, der er ellipseformet. Der er på figur 2 indlagt et koordinatsystem med enheden cm på begge akser. Ellipsens halvaksler fremgår af figuren.

- a) Bestem en ligning for ellipsen.

Punkterne  $A$  og  $B$  er ellipsens brændpunkter. Fra punktet  $B$  udsendes svag lyd, som tydeligt kan høres af en person i punktet  $A$ .

- b) Bestem koordinatsættet til hvert af punkterne  $A$  og  $B$ .

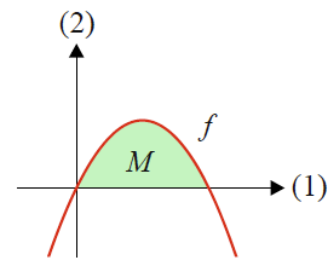
## Opgave 13

En funktion  $f$  er bestemt ved

$$f(x) = k \cdot x - x^2, \text{ hvor } k \text{ er et positivt tal.}$$

Grafen for  $f$  afgrænser sammen med førsteaksen et område  $M$ , se figur.

- a) Bestem arealet af området  $M$ , når  $k = 2$ .
- b) Bestem tallet  $k$ , så arealet af  $M$  er lig med 20.



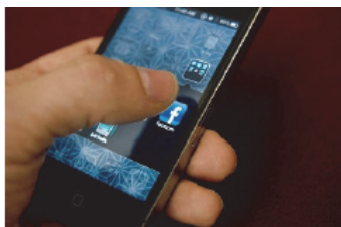
### Opgave 14

En funktion er givet ved forskriften

$$f(x) = x - 4 \cdot \cos(x) + k, \quad -\pi < x < \pi$$

- Tegn grafen for  $f$  når  $k = 0$  og bestem  $f'(x)$ .
- Hvor stor skal  $k$  mindst være, for at  $f$  er positiv i hele definitionsmængden?

### Opgave 15



Billedkilde: bt.bmcdn.dk

I 2023 var 59 % af alle voksne i Danmark dagligt på Facebook. Den stokastiske variabel  $X$  betegner antal voksne, der dagligt er på Facebook, blandt 250 tilfældigt valgte voksne. Det antages, at  $X$  er binomialfordelt med antalsparameteren  $n = 250$  og sandsynlighedsparameteren  $p = 0,59$ .

- Bestem sandsynligheden  $P(X = 140)$ .

I en undersøgelse med 250 tilfældigt valgte unge testede man nulhypotesen

$$H_0 : 59 \% \text{ af alle unge er dagligt på Facebook.}$$

Undersøgelsen viste, at 118 unge dagligt var på Facebook.

- Bestem acceptområdet for et dobbeltsidet binomialtest på 5 % signifikansniveau, og vurder, om nulhypotesen skal forkastes.

Kilde: dr.dk

Besvarelsen af delprøve 2 afleveres kl. 13.00